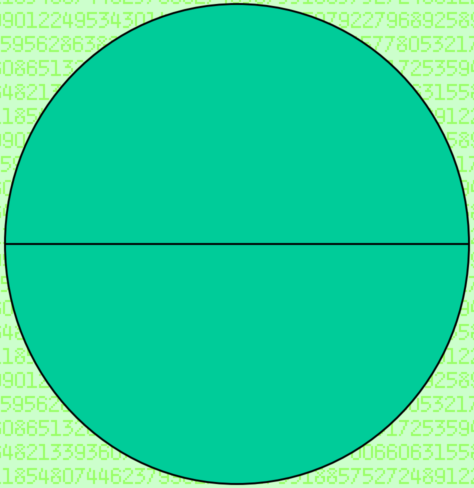

π的傳奇

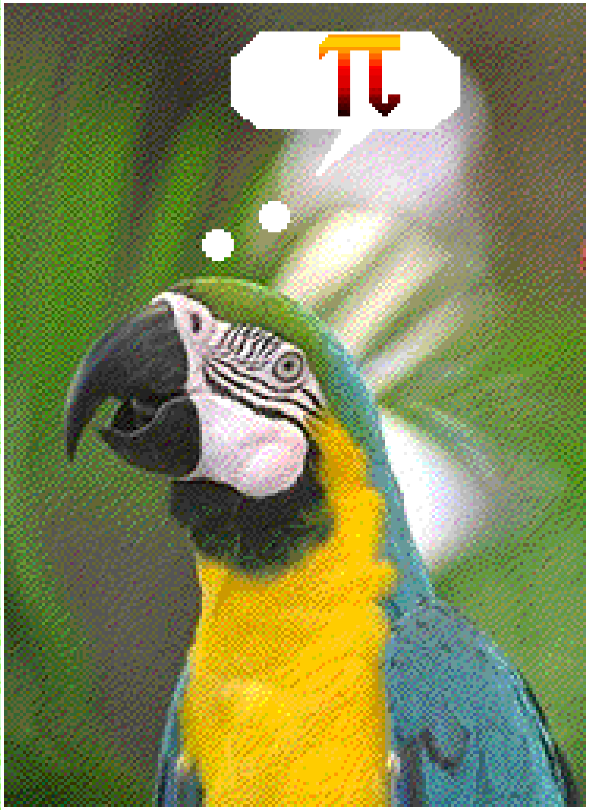
π是希臘字母中的第十六個，
也代表圓周率。

π=圓周÷直徑

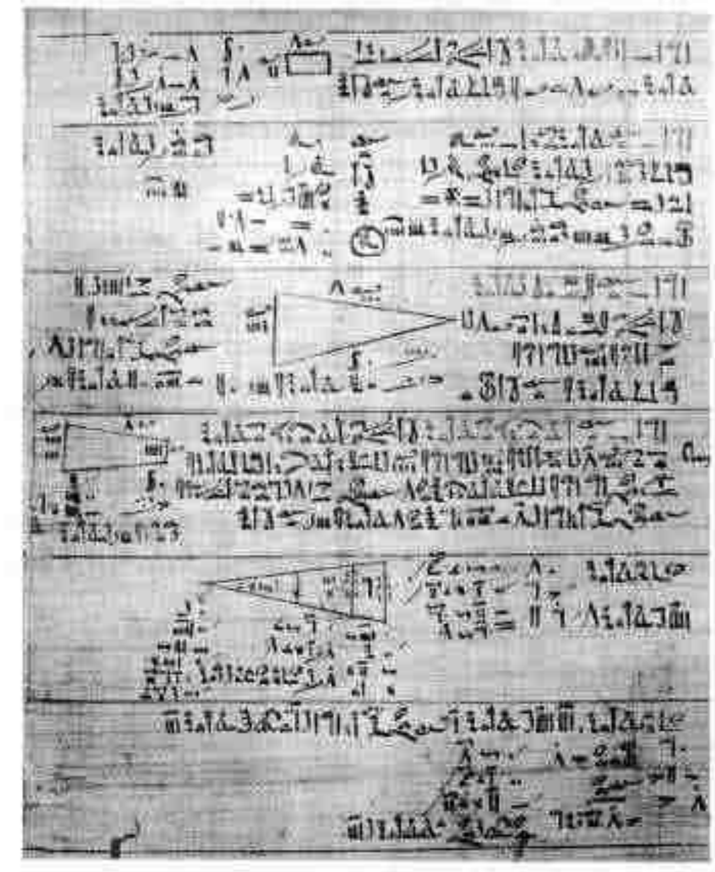


1706年，英國人瓊斯(William Jones)首次創用π代表圓周率，原來π是希臘文<u>$\pi\varepsilon\iota\varphi\varepsilon\rho\varepsilon\iota\alpha$</u>(圓周)的字頭。

圓周率的起源



最早應用圓周率的記載，是在公元前1650年埃及人寫的『賴因德古本』(Rhind Papyrus)。



『取圓直徑的九分之八，做為正方形的邊長，就可得到和圓等面積的正方形...』。根據這推算，π=3.141592。不過有歷史學家認為，埃及人根本不知道π是常數。

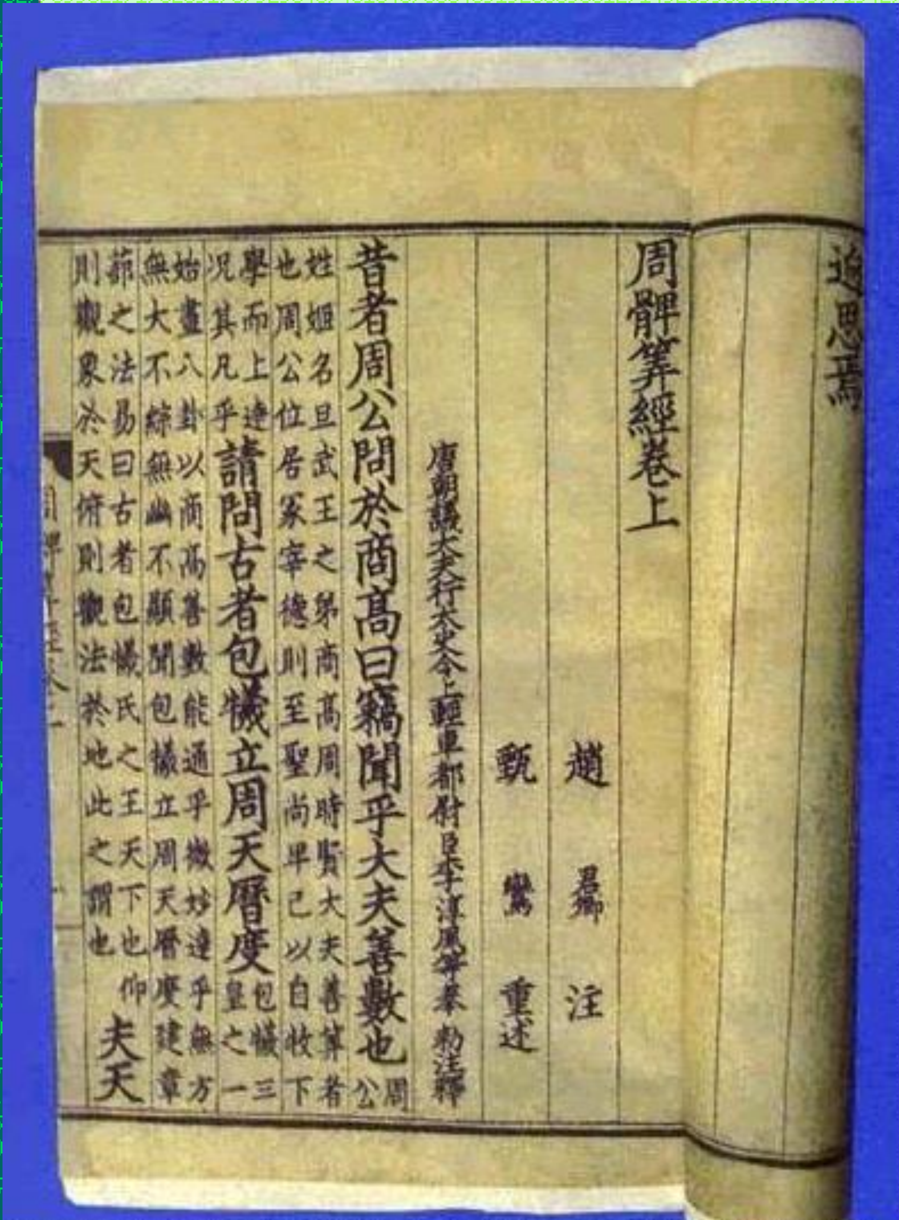
$\pi = 3$???!!

舊約聖經【列王紀】第七章23段，說到所羅門王建造宮殿，『鑄了一個銅海，樣式是圓的，高五肘，徑十肘，圍三十肘』。

【九章算經】第一章方田31題：『今有圓田，周三十步，徑十步。問為田幾何？』

【周髀算經】：『圓徑一而周三』

在古代世界，各地都長期使用π=3這數值。


周髀算經卷上
趙君卿 注
甄鸞 重述


九章算經卷第四
劉徽 注

怎樣計算圓周率？

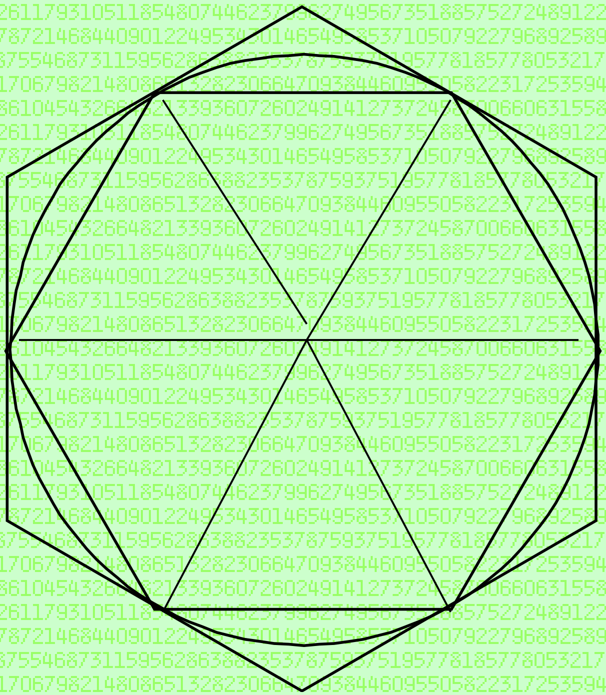
阿基米德 劉徽

阿基米德的計算

公元前三世紀，阿基米德發表了計算圓周率的書籍《圓的度量》

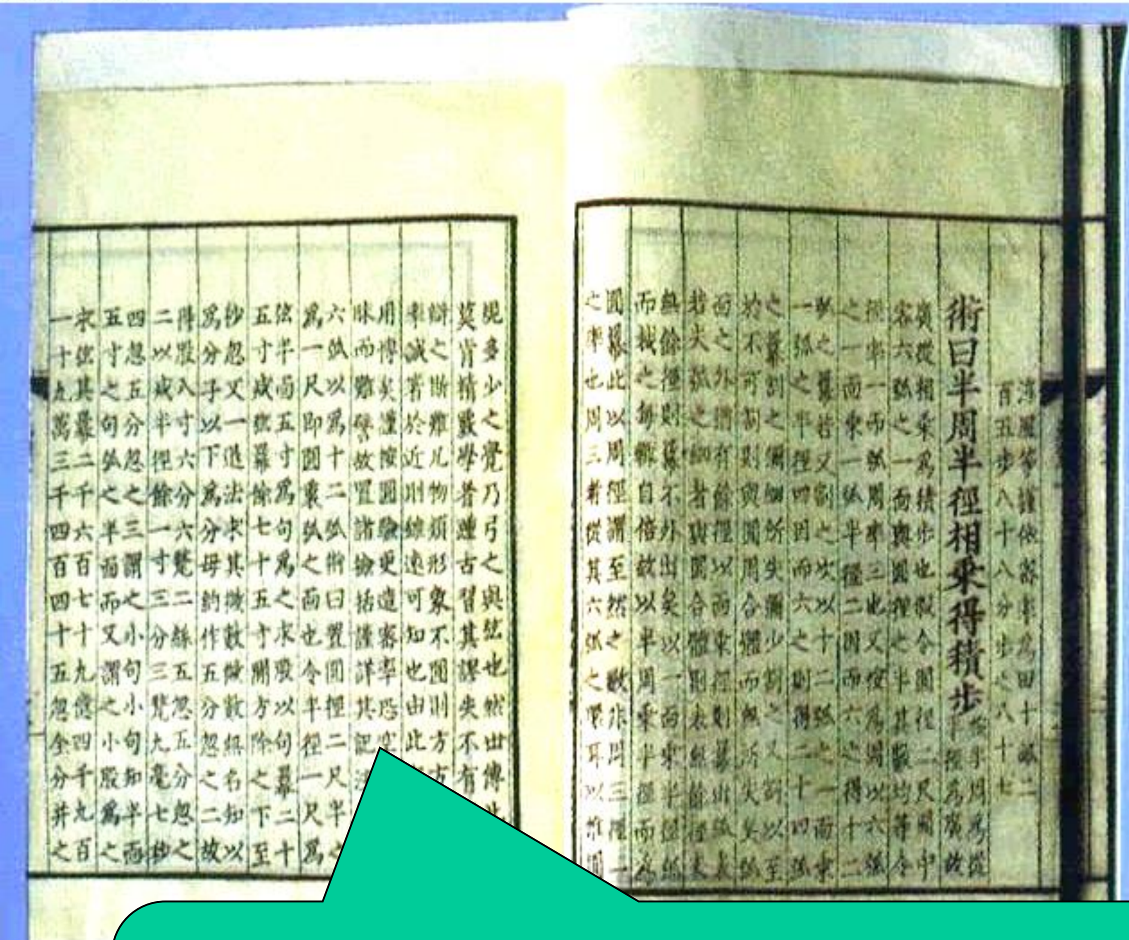
- 他利用計算圓內接六邊形及外接六邊形，計算圓周率的上下限

- 然後增加邊的數目，最後通過96邊形計出



$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

劉徽的割圓術



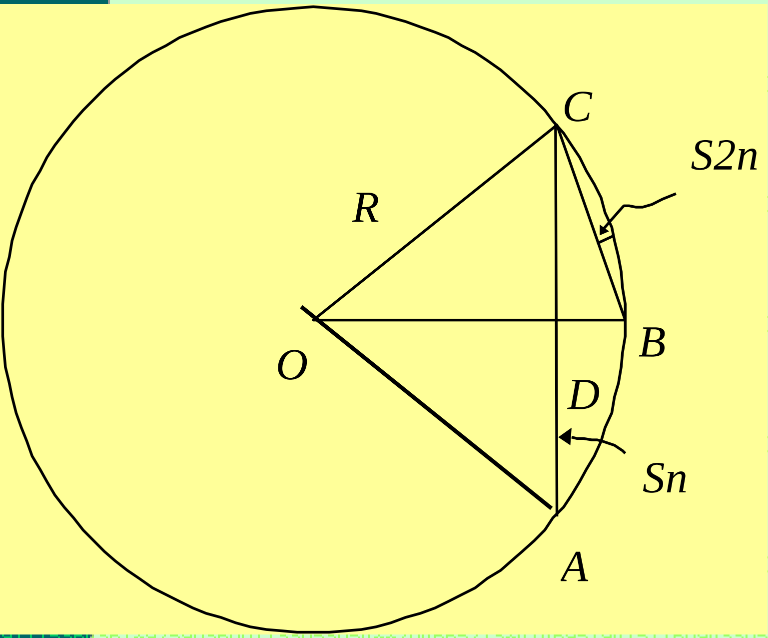
- 劉徽的身世生平是個謎，只知他大約是公元3世紀三國時代 的人
- 在『九章算經注』中他創立了求圓周率準確值的「割圓術」。
- 最後，他計算至n=96得出$\pi = \dfrac{157}{50} = 3.14$

割之彌細，所失彌少。割之又割，以至於不可割，則與圓周合體，而無所失矣！

設AC為圓O內接正n邊形的一邊，B是弧AC的中點，則BC是內接正$2n$邊形的一邊，其中S_n是正n邊形的邊長

$$OD=\sqrt{1^2-\left(\frac{S_n}{2}\right)^2}$$

因此，$$DB=OB-OD=1-\sqrt{1-\left(\frac{S_n}{2}\right)^2}$$

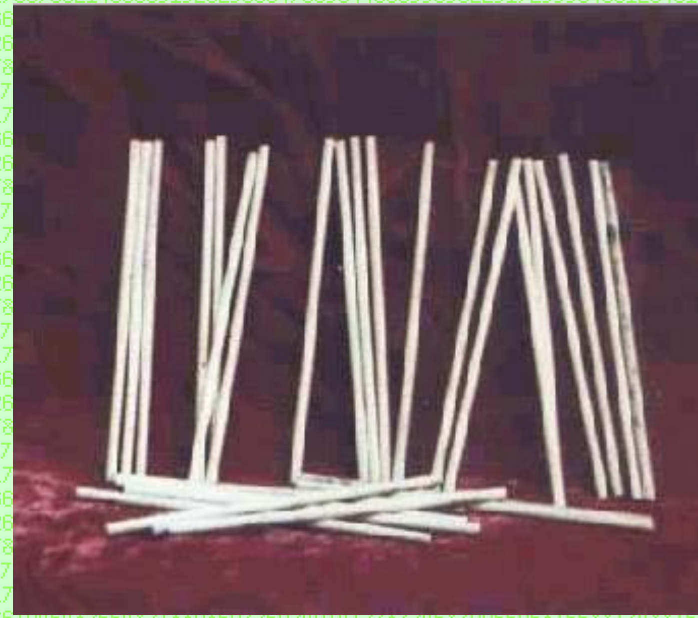


得
$$S_{2n}=\sqrt{\left(\frac{S_n}{2}\right)^2+\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{S_n}{2}\right)^2}\right)^2}$$

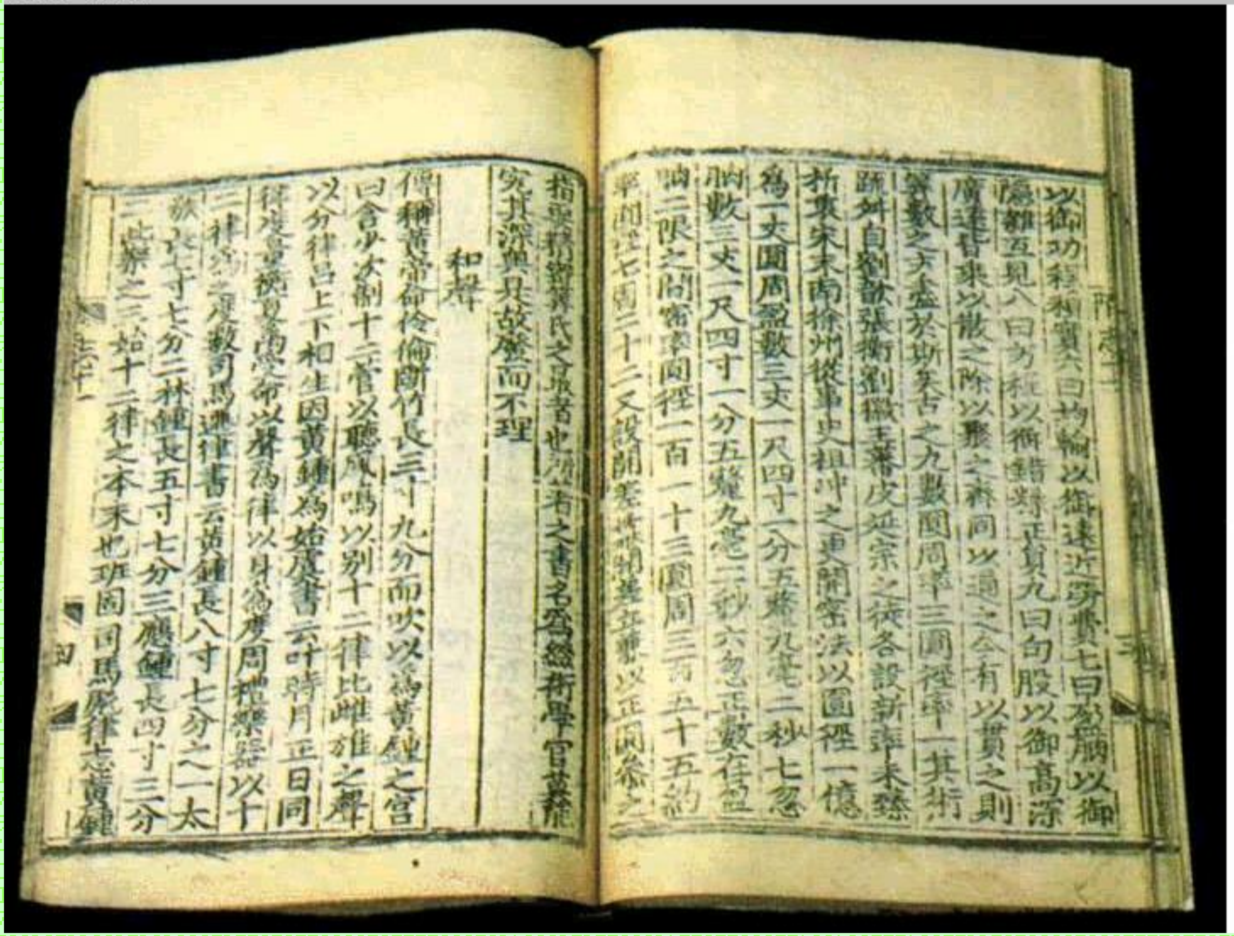
$$=\sqrt{2-\sqrt{4-S_n^{\ 2}}}$$

祖沖之(429-500)

- 南北朝時期官員
- 博學多才的數學家、天文學家
- 著『綴書』，創『大明曆』



- 祖冲之父子用割圓術計算 π ，計至24576邊形。
- 那時仍未有算盤，只能用『算籌』計算。
- 他們計算出 密率= $\frac{355}{113}$ 約率= $\frac{22}{7}$ 。
- 這結果在一千多年後才有歐洲人計出。



【隋書】：祖沖之更開密法，以圓徑一億為一丈，圓周盈數三丈一尺四寸一分五厘九毫二秒七忽，朒數三丈一尺四寸一分五厘九毫二秒六忽……

$$3.1415926<\pi<3.1415927$$

破紀錄的人

直至十六世紀，法國律師韋達(Francois Viete)利用393216邊形，計算出π精確到十個小數位3.145926536。

- 最後一個用這方法計圓周率的是德國人科倫(Ludolf van Ceulen)，他的多邊形邊數已超過三百二十億(60×2^{29})。
- 他用了幾十年時間，在1610年計算出35個小數位的π。
- 因此德國人稱圓周率為魯道夫數(Rudolfian number)

微積分

突破

格雷果理級數

栝雷果理(1638-1675)，是蘇格蘭天才數學家，享年只有三十六歲。

他是微積分的先驅之一。

格雷果理級數就是根據積分式

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx$$

導引出來的。

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \ldots$$

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \ldots$$

- 這級數式其實是經過萊布尼茲(Leibniz)的修正才完成，而萊布尼茲就是微積分的開山祖師之一。

- 格雷果里級數雖然很簡潔，但收歛性較差。要算到三百項，才能求出π的第二個小數位。

- 中國晚清數學家曾紀鴻（曾國藩之子）曾運用格雷果里級數，計數π的一百個小數位。

百花齊放

十八世紀，數學家研究出許多計算π的無窮級數。

牛頓的公式：

$$\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3\times 2^3}\right)+\frac{1\times 3}{2\times 4}\left(\frac{1}{5\times 2^5}\right)+\frac{1\times 3\times 5}{2\times 4\times 6}\left(\frac{1}{7\times 2^7}\right)+\ldots$$

歐拉的公式：

$$\frac{\pi^2}{6}=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots$$

這些公式的出現，使計算π的準確值進展得很快。

歐拉花了一小時就計算出19個小數位。

但同時，歐拉的美妙公式 $e^{i\pi}+1=0$

証明了π不但是無理數，而且是超越數。

X是超越數如果沒有任何公式

$ax^m+bx^n+cx^r+\ldots\ldots=0$

可以成立。

驚人的計算

- 利用以往數學家的方法，1853年，英國的尚克斯(William Shanks)計算出 π 的607位小數，打破一切紀錄。
- 二十年後，1873年，尚克斯再計算至707位小數位。
- 可是他原來在第528位開始計錯了，在七十二年之後才有人發現。
- 這是血肉之軀計算 π 值的最後故事了。

電腦時代

電腦年代

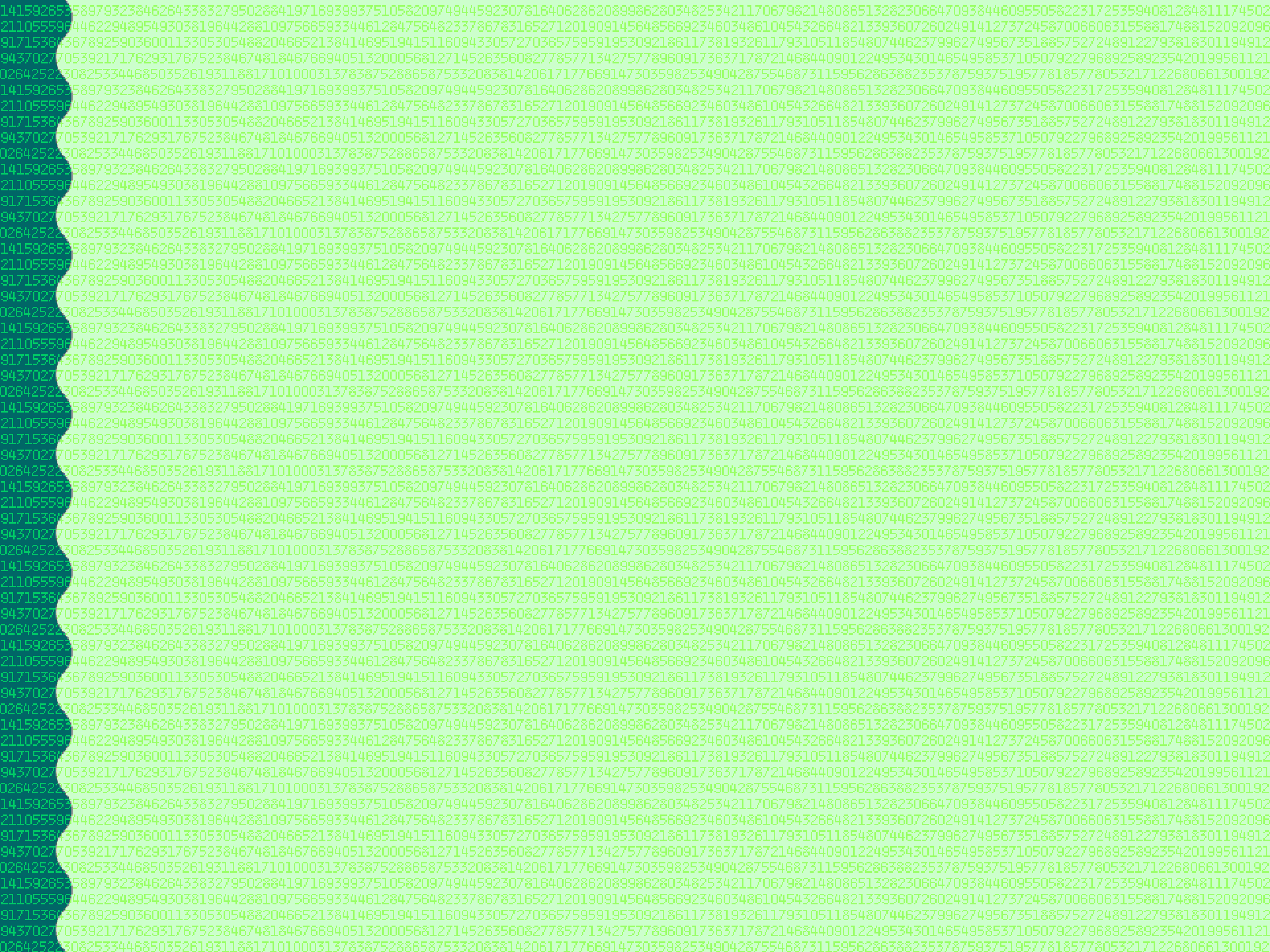
- 1945年，英國教師弗格森(D.F.Ferguson)花了一年時間，用紙筆證明了七十二年前尚克斯的錯誤。
- 1947年，他借助早期的計算機，計算出有808位的π，但也花了好幾個月。
- 隨著電子計算機的出現，10年後，有一部IBM電腦只花四十秒便計算出弗格森和尚克斯的結果。

『對電腦而言，最大的挑戰就是計算圓周率－它就像電腦的心電圖』

1948年，美國製的電腦ENIAC花了七十小時，計算出有2037位小數的π。

1973年，已經計出π的第一百萬個小數位。

這樣下去，有意義嗎？
還有研究π的數學家嗎？



拉瑪奴江(Ramanujan)

- 1887年生於印度一個貧窮的小鎮。
- 他沒有進過大學，讀過的數學書也不多，全憑自己研究和發現。
- 1913年英國數學家哈地(G.H.Hardy)認為他是罕有天才，便幫他到英國去做研究。
- 他身體甚差，33歲便死於肺病。

拉瑪奴江在筆記本上留下了無數定理和公式，其中有許多是其他所有數學家都不明白的。

拉瑪奴江留下這條公式

$$\frac{1}{\pi}=\frac{2\sqrt{2}}{9801}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(4n)!}{(n!)^4}\times\frac{[1103+26390\,n]}{(4\times 99)^{4n}}$$

這公式收斂式佳，為π值的計算創出一片嶄新的局面。

但在他死後六十多年，才有人懂得使用。

最新紀錄

楚諾維斯基兄弟(Gregory & David Chudnovsky)

『計算π就像探索宇宙』

他們利用在自己家中砌成的超級電腦，

1989年計算出四億八千萬個位數；

1996年計算出80億個位數。

最新紀錄

日本東京大學的安正金田

1988年利用Hitachi S-820，在六小時內計算出二億多個位。

1995年計算出60億個位

1997年利用Hitachi SR2201，花了29小時，計算出515億個位數

1999年計算至2062億個位。

π的狂熱

π = 3.14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399
37510 58209 74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211
70679 82148 08651 32823 06647 09384 46095 50582 23172 53594
08128 48111 74502 84102 70193 85211 05559 64462 29489 54930
38196 44288 10975 66593 34461 28475 64823 37867 83165 27120
19091 45648 56692 34603 48610 45432 66482 13393 60726 02491
41273 72458 70066 06315 58817 48815 20920 96282 92540 91715
36436 78925 90360 01133 05305 48820 46652 13841 46951 94151
16094 33057 27036 57595 91953 09218 61173 81932 61179 31051
18548 07446 23799 62749 56735 18857 52724 89122 79381 83011
94912 98336 73362 44065 66430 86021 39494 63952 24737 19070
21798 60943 70277 05392 17176 29317 67523 84674 81846 76694
05132 00056 81271 45263 56082 77857 71342 75778 96091 73637
17872 14684 40901 22495 34301 46549 58537 10507 92279 68925
89235 42019 95611 21290 21960 86403 44181 59813 62977 47713
09960 51870 72113 49999 99837 29780 49951 05973 17328 16096
31859 50244 59455 34690 83026 42522 30825 33446 85035 26193
11881 71010 00313 78387 52886 58753 32083 81420 61717 76691
47303 59825 34904 28755 46873 11595 62863 88235 37875 93751
95778 18577 80532 17122 68066 13001 92787 66111 95909 21642
01989...

背誦 π 的紀錄，是日本人敬之後藤在1995年創下的，他花了九個多小時，背出42000個位數。

Welcome to the Friends of Pi Club!


3.14159265358
169399375105820
974944592307816
0679821480865
1328230664709384
111745028410
2701938521
975665933446
12847564823
9234603486104543
266482133936
1558817488152092
09628292
466521384
146951941511609
1861173819326117
931051185480
89122793818301
1949129833673362
95224737190702179
8609437027705392
84676694051320005


Parfümerie EXQUISIT
Parfümerie EXQUISIT

http://www.joyofpi.com


再見！